

Simulateur de synthèse soustractive des couleurs à l'écran

Problème posé

Le fossé est connu, entre les tenants de la synthèse soustractive, chère aux artistes peintres, et ceux de la synthèse additive, prisée des travailleurs à l'écran ou producteurs internet.

Ce document rend compte succinctement de la démarche suivie pour mettre au point un **simulateur** apte à représenter à l'écran (synthèse additive de composantes rouge R, vert G et bleu B) le résultat **d'un mélange de deux couleurs matérielles** (peintures pigmentaires, par exemple, produisant un effet de couleur par synthèse soustractive).

Le simulateur est réalisé en technologie *web* standard (HTML5, JavaScript) et consultable en ligne (<http://sellig.zed.myriapyle.net/Couleur/vibration/vibration.htm#annx4>). Ce texte présente les expériences réalisées pour mettre au point les lois utilisées par le simulateur mais laisse de côté toute la complexité de la vision des couleurs (sur ces aspects, voir la page *web* du simulateur et, notamment, les références citées en bas de page).

Démarche

Généralités

La couleur ressentie en regardant un pixel d'écran résulte de la perception de la lumière émise, qui peut être décrite de plusieurs façons. Les deux plus connues sont (i) la décomposition en composantes rouge (R), verte (G) et bleue (B) et (ii) la description en termes de teinte (T), saturation (S) et valeur (V – d'où le G d'origine anglo-saxonne pour désigner le vert).

Un logiciel de traitement d'image permet en général de voir la correspondance. Par exemple, le sélecteur de couleur du GIMP met à disposition simultanément les deux systèmes en effectuant la conversion (illustration 1).

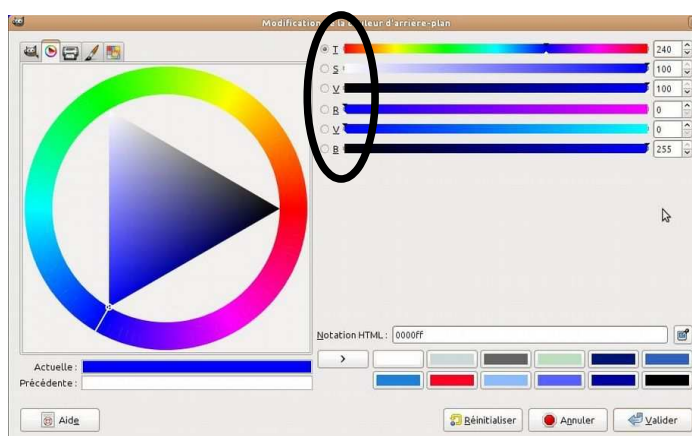


Illustration 1: le sélecteur de couleur du GIMP, avec la conversion $RGB \Leftrightarrow TSV$.

Le problème posé est donc d'identifier et de mettre en œuvre les lois permettant de combiner les données descriptives de deux couleurs mélangées, en connaissant la proportion de chacune en volume dans le mélange, dans un calcul fournissant les données descriptives du mélange. Les données descriptives en question sont les caractéristiques (RGB ou TSV) des couleurs permettant de représenter le plus fidèlement possible à l'écran les sensations perçues en regardant la lumière réfléchiée par les couleurs matérielles mélangées sur la palette.

Le sujet de la perception de la couleur est un immense problème car il faut en toute rigueur tenir compte de nombreux paramètres techniques, physiques, physiologiques, psychologiques (cf. références au bas de la page *web* du simulateur). Il est ici admis que la plupart des observateurs arrivent néanmoins à apprécier suffisamment la correspondance pour que l'exercice ait un sens.

Les idées sans suite

Les premières tentatives effectuées tenaient compte (avant et après calcul du mélange) de la correction gamma appliquée pour afficher des couleurs dans l'espace de couleur restreint d'un écran d'ordinateur (sRGB). Il s'est avéré que cet aller-retour de conversion alourdissait passablement les calculs sans apporter de bénéfice visible pour la représentation des couleurs. Cette idée a donc été abandonnée et n'est pas traitée ici.

Par ailleurs, le premier simulateur réalisé calcule les mélanges de fondamentales (au sens des peintures « primaires » en tubes utilisées par les artistes peintres) permettant de construire un cercle chromatique. Son modèle emploie la description TSV des couleurs. Il ne fonctionne pas trop mal mais présente l'inconvénient de requérir un paramètre ajustable et surtout s'est révélé impossible à généraliser au mélange de deux couleurs matérielles quelconques. Les recherches et tentatives infructueuses dans cette direction ne sont pas décrites ici.

La méthode retenue

Finalement, la méthode retenue repose sur l'enchaînement de trois principes.

(i) Les composantes RGB du mélange résultent de trois interpolations indépendantes entre les deux triplets de composantes RGB des deux couleurs mélangées (supposées connues).

(ii) Cette interpolation est paramétrée par la proportion m en volume d'une des couleurs matérielles dans le mélange (cette proportion est un pourcentage donc l'autre couleur est présente dans le mélange en proportion $1-m$). Cependant, la loi d'interpolation est non linéaire car l'expérience suggère que la composante la plus grande (la plus claire) a moins d'effet sur le mélange que ne le prévoirait une dépendance linéaire.

(iii) Même en tenant compte de cette non linéarité dans la combinaison des composantes RGB, la valeur V calculée pour le mélange paraît à l'écran systématiquement plus claire que le mélange matériel. Il faut donc diminuer la valeur à l'aide d'une loi empirique.

Données expérimentales

Des opérations de mélange ont été réalisées en utilisant de la peinture (gouache, acrylique) en s'efforçant de maîtriser au doigt et à l'œil (mais sans instrument de mesure très précis) les proportions mises en jeu ; les valeurs chiffrées de celles-ci sont donc un peu approximatives. Les expériences retenues pour identifier les lois sont au nombre de huit : cinq mélanges de quasi complémentaires, réalisés à l'acrylique) et trois mélanges de fondamentales (à la gouache) :

- (1) Vermillon transparent+vert cadmium : trois mélanges à 80 %-20 %, 50 %-50 % et 20 %-80 %,
- (2) Violet d'Orient + vert cadmium: trois mélanges à 80 %-20 %, 50 %-50 % et 20 %-80 %,



Illustration 2: mélanges vermillon transparent + vert cadmium et violet d'Orient + vert cadmium.

- (3) « Magenta » primaire + vert cadmium : un mélange 50 %-50%,
- (4) Orange cadmium + « cyan » primaire : un mélange 50 %-50%,
- (5) Jaune primaire + violet d'Orient : un mélange 50 %-50%,

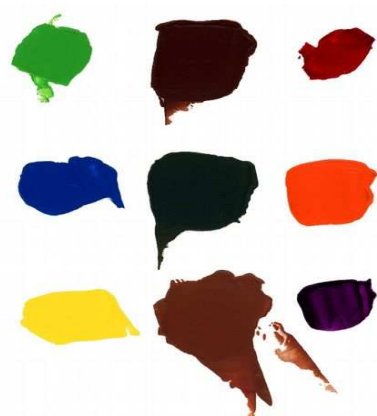


Illustration 3: mélanges vert cadmium+"magenta" primaire, "cyan" primaire+orange cadmium, jaune primaire+violet d'Orient.

- (6) rouge+jaune (gouache) : trois mélanges à 25 %-75 %, 50 %-50 % et 75 %-25 %,
- (7) rouge+bleu (gouache) : trois mélanges à 25 %-75 %, 50 %-50 % et 75 %-25 %,
- (8) bleu+jaune (gouache) : trois mélanges à 25 %-75 %, 50 %-50 % et 75 %-25 %.

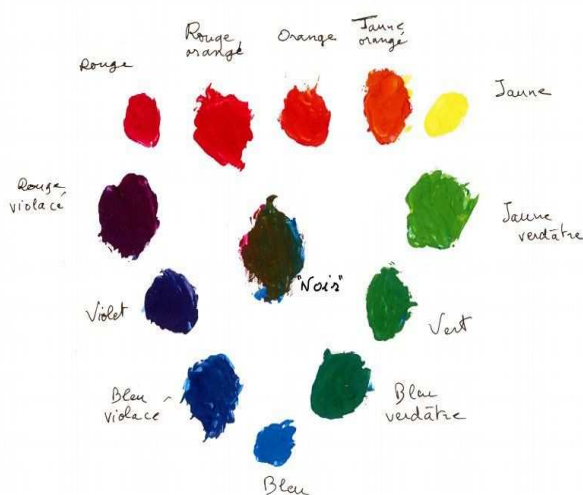


Illustration 4: mélanges rouge+jaune, jaune+bleu, bleu+rouge (gouache).

Après séchage de la peinture, les images précédentes sont obtenues par numérisation avec un scanner de bonne qualité. En théorie, les couleurs numérisées sont affectées par le profil du scanner mais la comparaison visuelle des résultats affichés à l'écran (réglé pour une clarté modérée) avec les originaux sous un éclairage blanc (6500°K) indique que la représentation est correcte. Chaque tache de couleur est ensuite dépouillée avec le GIMP en sélectionnant une zone de couleur uniforme et en mesurant sa couleur moyenne.

Lois d'interpolation non linéaires

Les valeurs relevées sont rassemblées dans les tableaux joints en annexe 1. Les représentations graphiques correspondantes sont montrées par l'illustration 5. Leur examen suggère une variation des composantes en m^s où l'exposant s (dit ici « de sensibilité ») est supérieur à 1. Dans ces figures sont portés les points expérimentaux et les courbes représentatives des fonctions donnant les composantes :

$$C_{\text{mélange}} = C_1 + (C_2 - C_1) \cdot m^s \quad (1)$$

où C_1 est la plus petite des deux valeurs et m la proportion de la couleur associée à C_2 .

L'exposant peut facilement être ajusté dans un tableur pour donner une représentation acceptable des relevés expérimentaux, en obtenant une dispersion modérée de ses valeurs : les

points représentatifs de l'exposant se regroupent assez bien, par composante, en fonction de la moyenne des mêmes composantes des couleurs mélangées, comme le montre l'illustration 6.

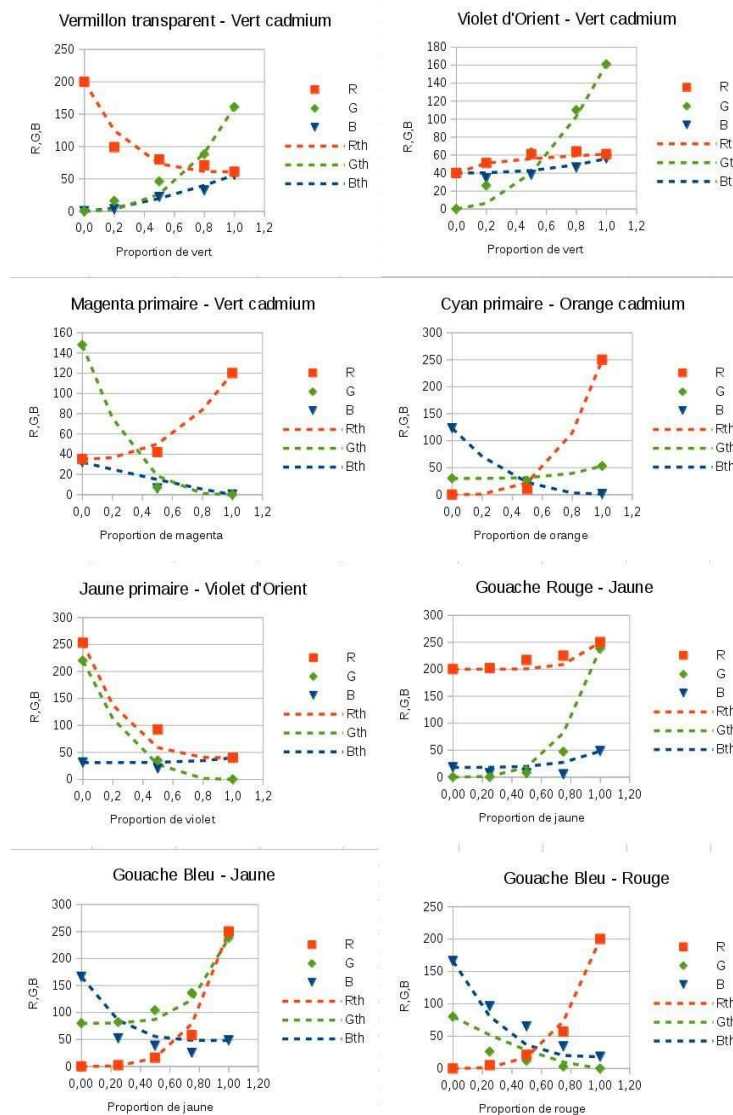


Illustration 5: représentation des composantes RGB des mélanges pour huit paires de couleurs.

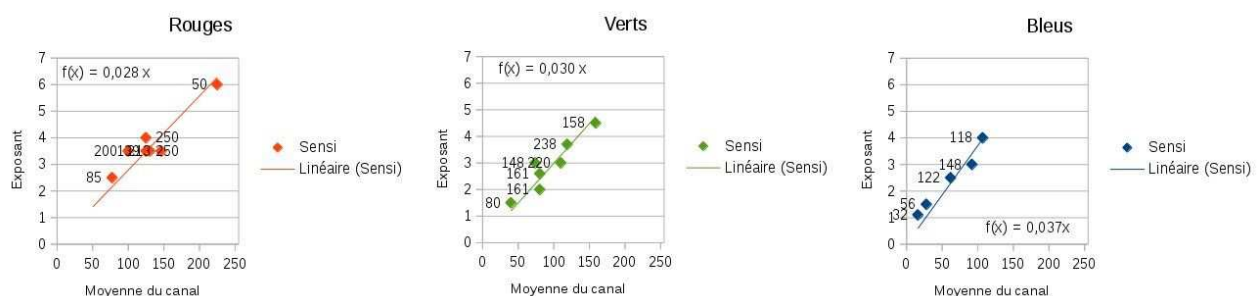


Illustration 6: exposant de sensibilité pour les composantes RGB.

Les exposants admettent une représentation linéaire en fonction de la moyenne des composantes mélangées (la dispersion autorise un éventuel ajustement des pentes) :

$$s_C \approx k_C (C_1 + C_2)/2 \text{ avec } k_R = 0,028, k_G = 0,030, k_B = 0,037 \quad (2).$$

À partir de la proportion et des composantes RGB des deux couleurs, les formules (1) et (2) permettent de calculer une première approximation des caractéristiques du mélange. Toutefois, l'affichage à l'écran de la couleur ainsi obtenue s'avère trop clair. Il faut donc corriger la valeur.

Loi de correction de la valeur

La conversion en TSV des données en annexe 1 permet de constater que la valeur du mélange s'écarte systématiquement de l'interpolation pour suivre une loi parabolique fonction des proportions des peintures¹. Un exemple représentatif est présenté par l'illustration 7.

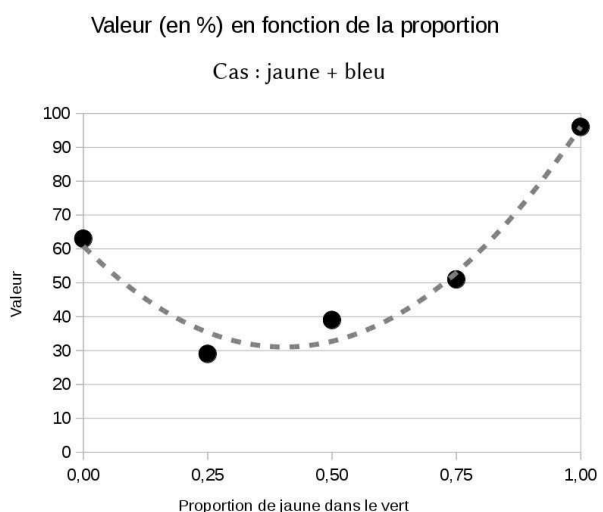


Illustration 7: exemple de variation de la valeur d'un mélange jaune+bleu selon la proportion de jaune.

Les points expérimentaux suivent de près la fonction représentée par la courbe en tirets :

$$V_{\text{mélange}} = p.V_1 + (1-p).V_2 - K_{\text{moy}} p.(1-p).(V_1+V_2)/2 \quad (3)$$

où V_1 et V_2 sont les valeurs des couleurs mélangées, p la proportion de C_1 et K_{moy} un coefficient qui dépend de la paire de couleurs mélangées. Autrement dit, la valeur suit l'interpolation affine diminuée d'un terme quadratique très simple, dont l'amplitude est proportionnelle à la moyenne des valeurs des couleurs mélangées, selon un coefficient K_{moy} .

L'examen visuel des mélanges indique que ce phénomène est très prononcé quand un bleu est impliqué dans le mélange alors que le rouge y a une influence faible. Ceci donne l'idée de le modéliser par une fonction $K(T)$ de la teinte, en attribuant à chaque teinte un coefficient d'influence sur la valeur, maximum pour le bleu ($T = 240^\circ$), minimum pour le rouge ($T = 0^\circ$ et $T = 360^\circ$), à variation affine par morceau entre ces teintes.

De plus, si une couleur est très peu saturée, sa teinte ne peut pas avoir un effet très fort sur la valeur. Le coefficient d'influence de la teinte doit donc tenir compte de la saturation pour ne pas surestimer la correction de valeur due aux couleurs faiblement saturées. Par ailleurs, à la limite $S=0$, un gris a une teinte indéfinie (ou quelconque, si l'on veut) et $K(T)$ adopte alors par convention la valeur $T=0$ (K minimum) ; la plus petite variation d'une composante du gris définit une teinte et, par suite, une discontinuité irréaliste dans l'évolution de $K(T)$. La prise en compte de l'effet de la saturation sur l'influence de la teinte sur la valeur gomme ce défaut. En conséquence, le coefficient d'influence d'une teinte sur la valeur est pris égal à $S^n.K(T)$ (où l'exposant n est un nouveau coefficient empirique choisi égal à $1/2$) et une première estimation de K_{moy} est calculée comme la moyenne des coefficients d'influence des deux teintes² des couleurs du mélange.

Toutefois, ainsi définie, la loi d'influence sur la valeur a l'inconvénient de prévoir des valeurs négatives pour le mélange lorsque l'une des valeurs (au moins) est très faible. Ceci fausse la

¹ Il est à noter que ce phénomène ne se produit pas (ou pas de façon visuellement détectable) pour la teinte ni pour la saturation.

² Cette façon de procéder évite le calcul d'une teinte moyenne, difficile à déterminer de façon générale.

couleur calculée pour le mélange. L'annexe 2 montre que, pour empêcher les valeurs intermédiaires de devenir négatives, il faut contraindre le coefficient K_{moy} . Par exemple, si l'une des deux couleurs est le noir, il y a une seule valeur possible : $K_{\text{moy}} = 2$. Dans le cas général, il existe un intervalle $[K_{\text{min}}, K_{\text{max}}]$ auquel doit appartenir K_{moy} . L'intervalle dépend des valeurs des couleurs mélangées. Après calcul de K_{moy} par la loi précédemment définie, le modèle vérifie si K_{moy} est dans l'intervalle et, si ce n'est pas le cas, le force à la borne de l'intervalle la plus proche. En pratique, cette contrainte ne joue que pour des mélanges impliquant au moins une couleur très sombre.

En définitive, dans le modèle, K_{moy} est calculé par :

$$K_{\text{moy}} = \min \left[\max \left(\frac{S_1^n K(T_1) + S_2^n K(T_2)}{2}, K_{\text{min}} \right), K_{\text{max}} \right] \quad (4)$$

avec

$$\alpha = \left(\frac{V_1 - V_2}{V_1 + V_2} \right), \quad K_{\text{min}} = 2(1 - \sqrt{1 - \alpha^2}), \quad K_{\text{max}} = 2(1 + \sqrt{1 - \alpha^2}) \quad (5).$$

La dépendance du coefficient d'influence en fonction de la teinte est montrée par l'illustration 8, qui présente aussi la détermination du coefficient K_{moy} du terme quadratique.

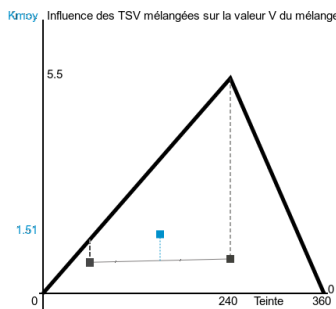


Illustration 8: fonction $K(T)$ et détermination de K_{moy} .

En résumé

En récapitulation, le simulateur de synthèse soustractive proposé, représentant le mélange de deux couleurs matérielles, repose sur le modèle formé des quatre formules (1) à (4) :

- l'interpolation non linéaire des composantes,
- la loi des exposants de sensibilité du mélange aux composantes des couleurs mélangées,
- l'influence des teintes et saturations des couleurs mélangées sur la valeur du mélange.
- le seuillage de K_{moy} pour éviter les valeurs négatives pour le mélange.

Ces lois sont simples. Au total, elles ne font intervenir que six paramètres empiriques : un coefficient de proportionnalité par composante pour les exposants de sensibilité, le minimum et le maximum de la fonction $K(T)$, ainsi que l'exposant de sensibilité de la correction de valeur à la saturation. Leur programmation ne soulève pas de difficulté.

Pour peu que l'on dispose des coordonnées RGB de deux peintures, le simulateur permet de représenter à l'écran la couleur de leur mélange en fonction de leurs quantités respectives.

À la date où ce texte est écrit, le modèle reste à mieux ajuster et valider par une confrontation plus large avec la réalité physique. Il faut cependant garder à l'esprit qu'il ne prétend pas restituer la couleur du mélange avec une précision spectrométrique mais simplement fournir une figuration représentative. Une évaluation pourra être jugée acceptable si une correspondance est obtenue avec un écart de 10 % sur la proportion.

000000
 \° | °/
 ==0==
 -

ANNEXE 1 : données expérimentales

Quasi complémentaires

Cas	Violet d'Orient	80 %-20 %	50 %-50 %	20 %-80 %	Vert Cadmium
Prop. vert	0,0	0,2	0,5	0,8	1,0
R	40	51	61	64	61
G	0	26	63	110	161
B	40	34	38	46	56

Cas	Vermillon transp.	80 %-20 %	50 %-50 %	20 %-80 %	Vert Cadmium
Prop. vert	0,0	0,2	0,5	0,8	1,0
R	200	99	80	71	61
G	0	16	46	88	161
B	0	3	22	32	56

Cas	Vert cadmium		50-50		Magenta primaire
Prop. magenta	0,0	0,2	0,5	0,8	1,0
R	35		42		120
G	148		7		0
B	32		6		0

Cas	Cyan primaire		50-50		Orange cadmium
Prop. orange	0,0	0,2	0,5	0,8	1,0
R	0		10		250
G	30		26		53
B	123		21		1

Cas	Jaune primaire		50-50		Violet d'Orient
Prop. violet	0,0	0,2	0,5	0,8	1,0
R	253		92		40
G	220		35		0
B	31		20		40

Gouache

Cas	Rouge				Jaune
Prop. de jaune	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
R	200	202	217	225	250
G	0	0	8	47	238
B	18	7	7	5	48

Cas	Bleu				Jaune
Prop. de jaune	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
R	0	2	16	58	250
G	80	82	104	136	238
B	166	52	38	25	48

Cas	Bleu				Rouge
Prop. de rouge	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
R	0	5	21	57	200
G	80	26	12	3	0
B	166	96	65	34	18

ANNEXE 2 : éviter les valeurs négatives

La valeur du mélange est donnée par l'interpolation non linéaire suivante.

$$V_m = (1-p) \cdot V_1 + p \cdot V_2 - K \cdot p \cdot (1-p) \frac{V_1 + V_2}{2} \quad (6)$$

où V_1 et V_2 sont les valeurs respectivement des couleurs C_1 et C_2 mélangées, p est la proportion de C_2 dans le mélange et K est une notation abrégée pour le coefficient noté K_{moy} dans le corps du texte. K étant positif, cette loi définit V_m comme une fonction parabolique de p qui admet un minimum.

Sa dérivée est :

$$\frac{dV_m}{dp} = -V_1 + V_2 - K \cdot \left(\frac{V_1 + V_2}{2} \right) + 2pK \cdot \left(\frac{V_1 + V_2}{2} \right) \quad (7).$$

Le minimum de la fonction est donc atteint en $p_{\min}$:

$$p_{\min} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{K} \right) \left(\frac{V_1 - V_2}{V_1 + V_2} \right) \quad (8).$$

En ce point, la fonction vaut :

$$V_m = \left(\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{K} \right) \left(\frac{V_1 - V_2}{V_1 + V_2} \right) \right) \cdot V_1 + \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{K} \right) \left(\frac{V_1 - V_2}{V_1 + V_2} \right) \right) \cdot V_2 - K \cdot \left(\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{K^2} \right) \left(\frac{V_1 - V_2}{V_1 + V_2} \right)^2 \right) \frac{V_1 + V_2}{2}$$

soit, en posant :

$$V_{\text{moy}} = \frac{V_1 + V_2}{2}, \quad \alpha = \left(\frac{V_1 - V_2}{V_1 + V_2} \right) \quad (9),$$

et après quelques simplifications :

$$V_m = V_{\min} = -\frac{V_{\text{moy}}}{4K} (K^2 - 4K + 4\alpha^2) \quad (10). \quad K_{\min} = 2(1 - \sqrt{1 - \alpha^2}), K_{\max} = 2(1 + \sqrt{1 - \alpha^2})$$

K étant positif, pour que ce minimum soit positif, K doit être entre les éventuelles racines du trinôme entre parenthèses. Le discriminant réduit vérifie :

$$\Delta' = 4(1 - \alpha^2), \Delta' > 0, \sqrt{\Delta'} = 2\sqrt{1 - \alpha^2} \quad (11)$$

et les racines sont réelles :

$$K_{\min} = 2(1 - \sqrt{1 - \alpha^2}), K_{\max} = 2(1 + \sqrt{1 - \alpha^2}) \quad (12)$$

et définissent un intervalle inclus dans $\mathbb{R}^+$.

En définitive, dans le modèle, K_{moy} est calculé par :

$$K_{\text{moy}} = \frac{S_1^n K(T_1) + S_2^n K(T_2)}{2} \quad (13)$$

et, si cette valeur est hors de l'intervalle autorisé, elle est remplacée par la borne de l'intervalle la plus proche.

Remarque : si l'une des couleurs est le noir ($V_1 = 0$ ou $V_2 = 0$), alors $\alpha^2 = 1$ (valeur maximale de ce paramètre) et les deux racines sont confondues. De ce fait, une seule valeur est alors autorisée : $K_{\text{moy}} = 2$.